

# Regelungstechnik für Einsteiger

oder: Wie lässt man eine Kugel im Raum schweben

## 1. Vorstellung

Informationstechniker sollten die Regelungstechnik gut verstehen können, um an Geräten und Systemen im Fehlerfall schnell und zielsicher zu einer Diagnose zu gelangen. Deshalb haben wir in Rheinland- Pfalz in der Überbetrieblichen Ausbildungsmaßnahme Projektthemen eingeführt mit deren Hilfe unsere Berufsanfänger in die Materie eingeführt werden.

## 2. Vorstellung des Themas

Regelungstechnik ist eigentlich ein Studienfach, das mehrere Semester erforderlich macht. Sie können sich denken, dass es nicht ganz einfach ist, ein solches Gebiet in ein paar Zeilen zu bringen und wenigstens halbwegs gründlich zu umreißen. Hinzu kommt, dass wir uns auch noch ein wenig mit der peripheren Technik in unserem Muster-Regelgerät befassen müssen, um wirklich alles verstehen zu können. Wir müssen uns also nicht nur mit den Grundlagen der Regelungstechnik beschäftigen, sondern auch ein wenig mit der Elektronik unserer Schaltung. Einen besonders herzlichen Dank richte ich an Dipl. Ing. Norbert Graubner, der mir mit viel Geduld den Umgang mit der Software MathCad beibrachte und mir wertvolle Tipps beim Umgang mit der angewandten Schaltungstechnik lieferte.

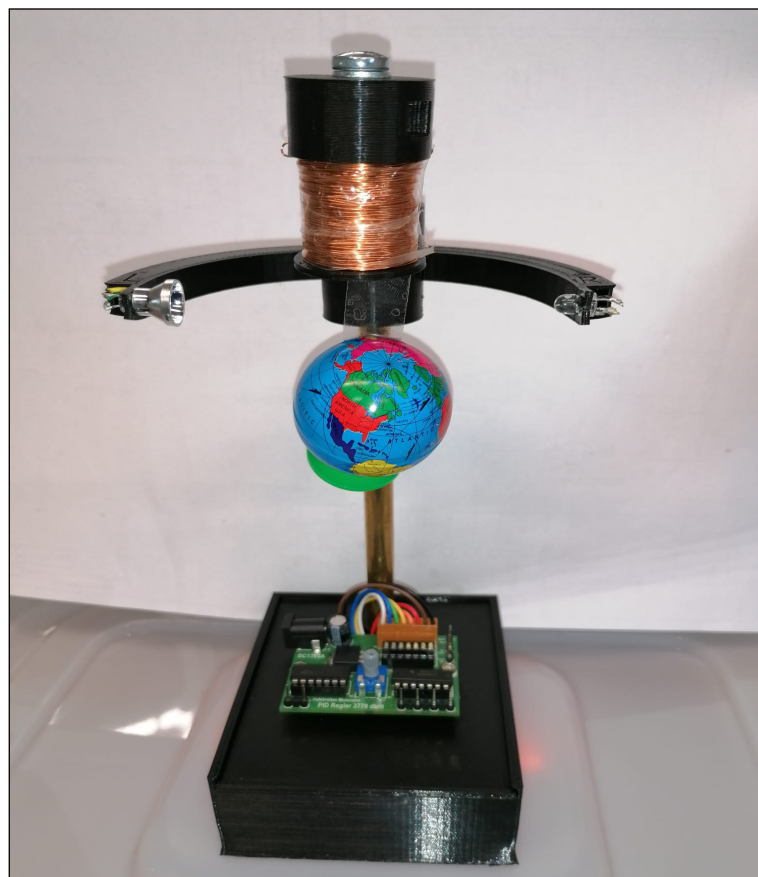
Beginnen wir mit der Regelungstechnik im Allgemeinen. Als Informationstechniker wissen Sie, dass die modernen Geräte der Unterhaltungstechnologie ohne irgendwelche Regelungen kaum denkbar sind. Ihnen allen sind wahrscheinlich die folgenden Anwendungen bekannt:

- Schwundregelung (AVR) in AM- Empfänger
- Automatische Frequenzregelung (AFC)
- Frequenzsynthese und Stabilisierung in PLL- Schaltungen
- Regelung der Zeilen-Phase in Fernsehgeräten
- Regelung des Farbträgers nach der Phase des Burstsignals
- Spurregelung der Kopftrommel in Videorecordern
- Lageregelung der Lasereinheiten an CD und DVD-Geräten
- Frequenzregelung in FLL- Schaltkreisen, z.B. beim TDA7021
- Regelung von Versorgungsspannungen
- Positionierung bei Quadrocopter

Regelungstechnik kommt praktisch überall vor, in der Druckregelung in einem Wasserwerk über die Drehzahlregelung eines Benzinrasenmähers bis hin zur Lageregelung eines Nachrichtensatelliten im Orbit. Die typischen Probleme und Lösungsansätze sind überall die gleichen. Als ein mögliches Beispiel habe ich in einer überbetrieblichen Ausbildungsmaßnahme in der Handwerkskammer ein schönes Demonstrationsmodell geschaffen, das gleich eine ganze Reihe von typischen regelungstechnischen Aufgabenstellungen enthält und an dem man die Regelungstechnik und ihre allgemeine Problemstellung sehr konkret begreifen kann.

Es handelt sich um das in (**Bild\_1**): dargestellte Modell einer im Magnetfeld schwebenden Kugel. Die Aufgabenstellung erscheint einfach: der Stromfluss durch einen Elektromagneten soll so geregelt werden, dass eine darunter befindliche Metallkugel frei im Raum schwebt. Wenn sie herunterzufallen droht, muss der Strom erhöht werden, wenn sie dem Kern zu nahekommt, ist der Strom zu verringern.

Diese Aufgabe ist keineswegs so trivial wie sie scheint, was mit einer vernünftigen Regelung möglich ist, soll nachfolgend aufgezeigt werden.



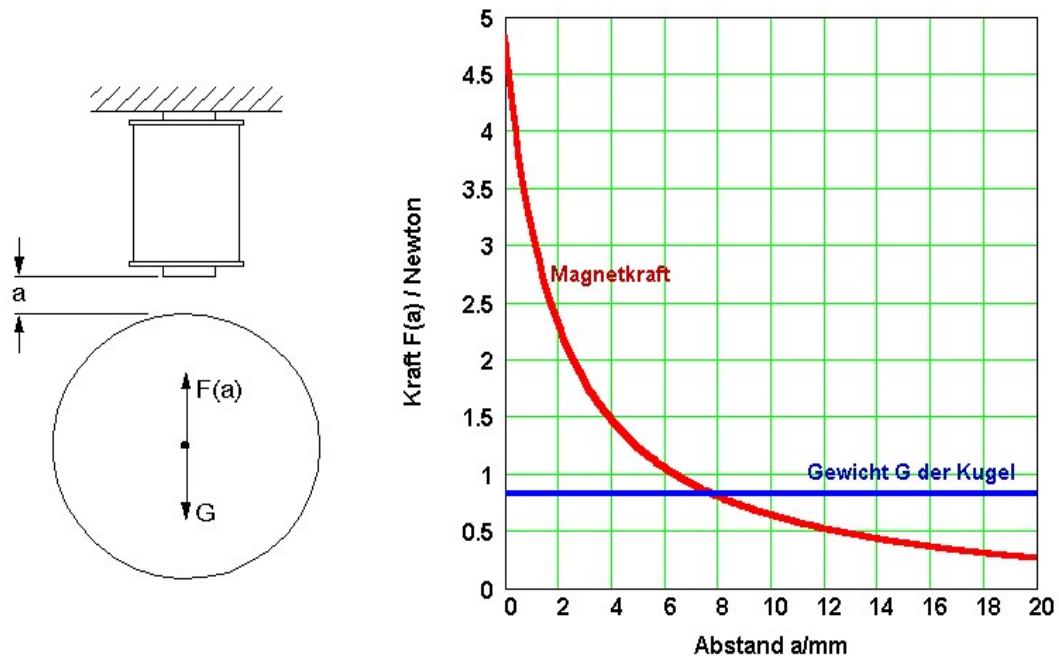
Bild\_1

## Demonstrationsmodell „schwebende Kugel“

### 3. Herausforderungen im Detail

Beginnen wir mit dem Elektromagneten.

#### 3.1 Magnetkraft als Funktion des Abstands (Bild\_2)



Bild\_2: Magnetkraft als Funktion des Abstandes

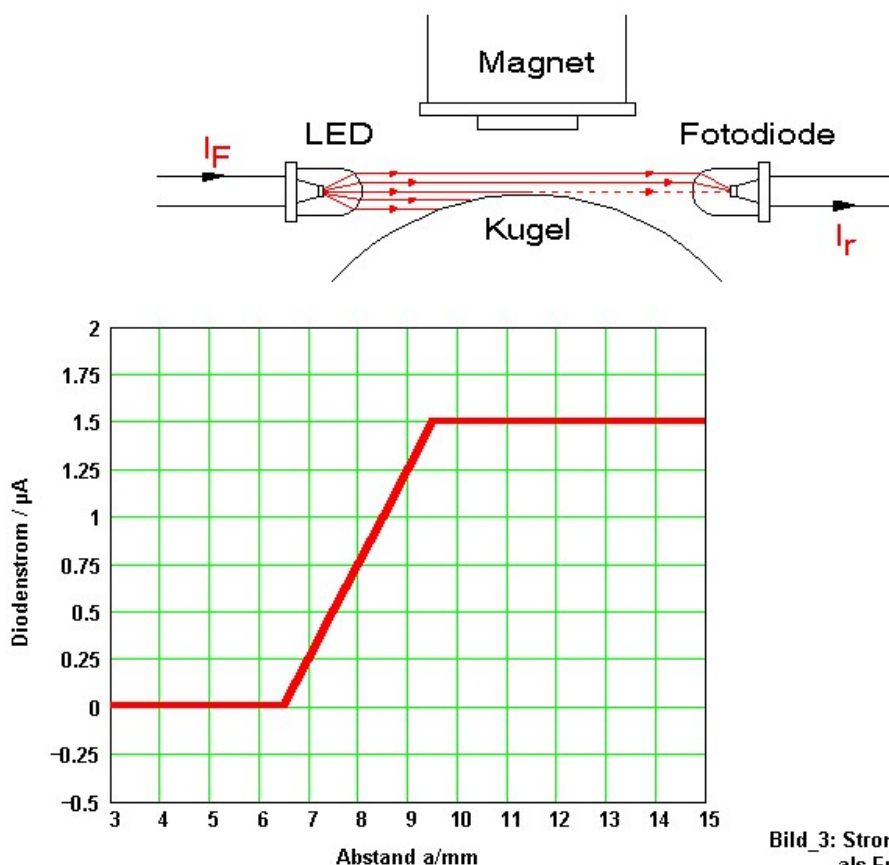
Wer schon mit Magneten oder Elektromagneten gespielt hat weiß, dass die Anziehungskraft, die vom Kern auf eine Kugel aus Eisen ausgeht, sehr stark vom Abstand abhängt. Je näher die Kugel an den Kern herankommt, desto größer wird die Anziehungskraft. Man kann auch sagen, die Anziehungskraft als Funktion des Abstands verläuft negativ; die Kurve ist fallend, noch dazu nichtlinear. Es gibt zwar einen einzigen Punkt, in dem die Anziehungskraft gleich groß ist wie das Gewicht der Kugel, aber die geringste Störung bringt die Sache aus dem Gleichgewicht. Sobald die Kugel auch nur ein Mikrometer zu tief hängt, wird sich der Abstand immer mehr vergrößern, bis sie ganz herausfällt. Wir haben hier ein so genanntes labiles Gleichgewicht vor uns.

Der umgekehrte Fall wäre z.B., wenn die Kugel in einem Wasserbad schwimmen würde. Sobald dort die Kugel durch eine fremde Kraft zu tief ins Wasser gedrückt wird, entwickelt sie von allein mehr Auftrieb und widersetzt sich der Störung. Das wäre ein stabiles Gleichgewicht.

Wenn man es stark vereinfacht, könnte man sagen, unser Regler soll dafür sorgen, dass aus dem labilen Gleichgewicht im Magnetfeld ein stabiles wird. Unsere Schaltung soll dafür sorgen, dass die Anziehungskraft des Elektromagneten auf die Kugel mit größerem Abstand zu- und nicht etwa abnimmt.

### 3.2 Messung des Abstandes

Damit das möglich wird, benötigen wir eine Messeinrichtung, die der Schaltung mitteilt, wie groß der aktuelle Abstand zwischen Kern und Kugel ist. Hierbei stellt sich schon die erste Frage: Genügt hierzu ein einfacher, hart schaltender Sensor („Strom ein / Strom aus“) oder braucht man eine analog arbeitende Einrichtung?



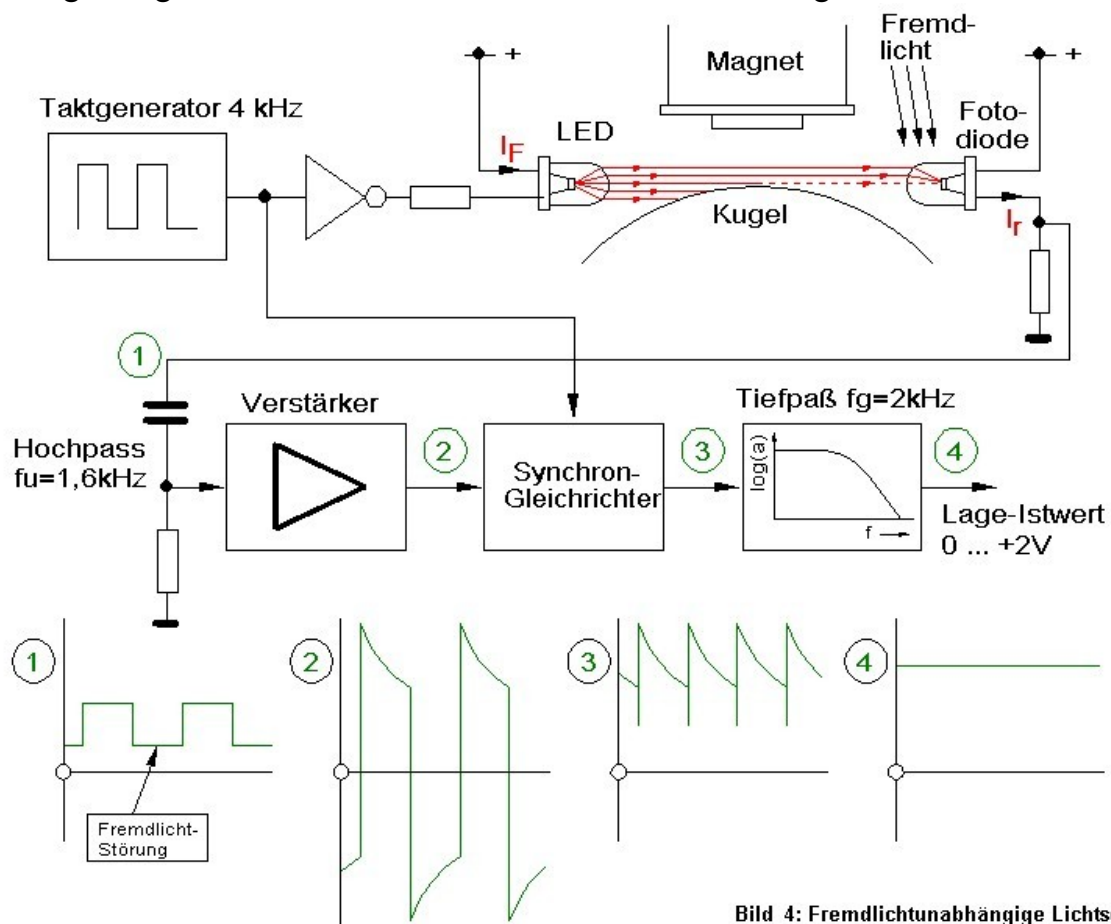
Bild\_3: Strom in der Fotodiode als Funktion des Kugelabstands

Wir werden später verstehen, warum an dieser Stelle eine lineare Einrichtung zwingend notwendig ist. Allerdings haben wir uns in der Versuchsanordnung das Leben trotzdem so einfach wie möglich gemacht und uns dabei auf einem nur wenigen Millimeter breiten Messbereich beschränkt. Dann kommen wir nämlich mit einer einfachen Lichtschranke, bestehend aus einer roten LED und einer Fotodiode, aus. Das Signal der Fotodiode wird einfach analog ausgewertet, das heißt, bei partieller Beleuchtung der Frontlinse geht

der von der Diode abgegebene Ausgangsstrom proportional zurück. Wir haben ein Linearmesssystem mit einem Messbereich von ungefähr 3mm vor uns.

### 3.3 Problem mit Fremdlicht

In der Berufsschule werden Praktiker ausgebildet. Deshalb müssen wir bereits an dieser Stelle auf ein wichtiges Randproblem eingehen. Es zeigte sich nämlich, dass die Fotodiode ziemlich stark auf Fremdlicht reagierte, so dass im Extremfall, z.B. bei Sonnenlicht, die Regelung versagte. Auch bei Kunstlicht, z.B. von Leuchtstoffröhren, wurde die Regelung durch das 100Hz-Flackern des Lichts gestört.



Bild\_4: Fremdlichtunabhängige Lichtschranke

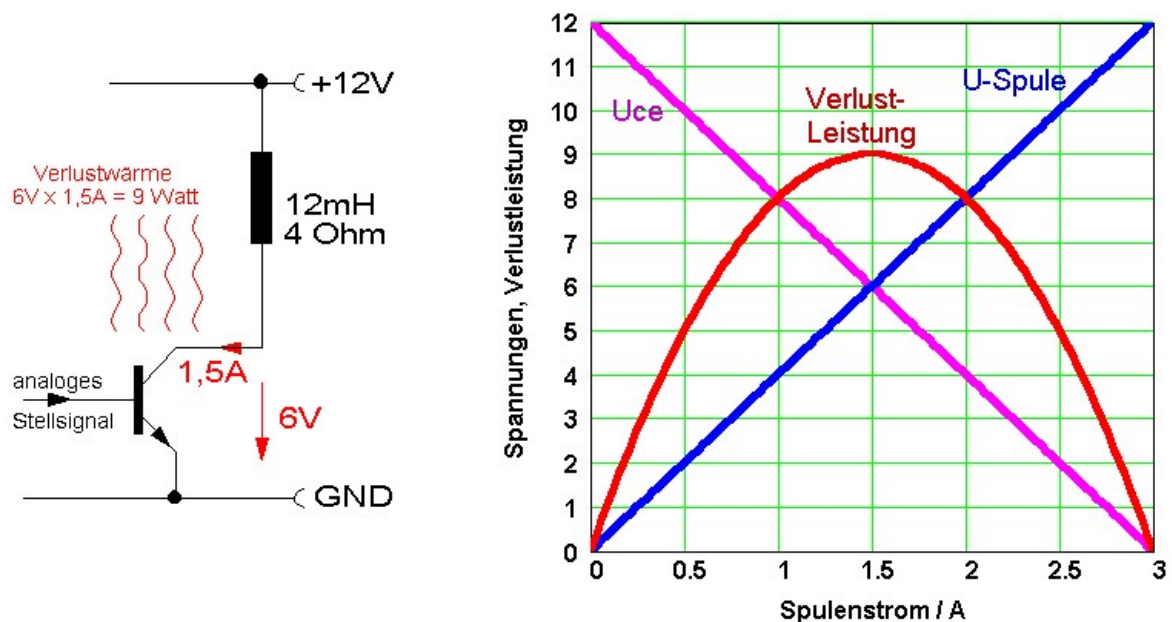
Allerdings ist dieses Problem für einen echten Informationstechniker leicht lösbar. Anstelle konstanten Gleichlichts zu verwenden, kann man das Licht der LED ja auch mit einer Trägerfrequenz modulieren. Empfängerseitig muss man dann aus dem gestörten Signalgemisch den Anteil mit dieser Trägerfrequenz ausfiltern und dessen Amplitude auswerten. Man benötigt also:

- Einen Taktgenerator von einigen Kilohertz mit einem Treiber, der die LED ansteuert.
- Einen Verstärker mit Hochpass, der aus dem Signal der Fotodiode nur die höherfrequenten Wechselspannungsanteile mit der Trägerfrequenz durchlässt, aber Gleichspannung oder 100Hz-Brummen sperrt.
- Einen Synchrondemodulator, der die Wechselspannung wieder phasenrichtig zusammensetzt.
- Einen Tiefpass, der das Signal von überlagerten hochfrequenten Schaltspitzen und Welligkeit befreit. Diese Welligkeit stammt hauptsächlich aus der Dachschräge der Hochpass gefilterten Träger-signale.

Das so gewonnene Signal ist nun weitgehend Fremdlicht unabhängig.

### 3.4 Erwärmung der Endstufe (Bild\_5)

Ein Elektromagnet verbraucht nicht gerade wenig Strom. Die Spule in unserem Modell hat einen Innenwiderstand von 4 Ohm, d.h. bei 12 Volt fließen 3A Strom hindurch. Das ist immer dann der Fall, wenn keine Kugel da



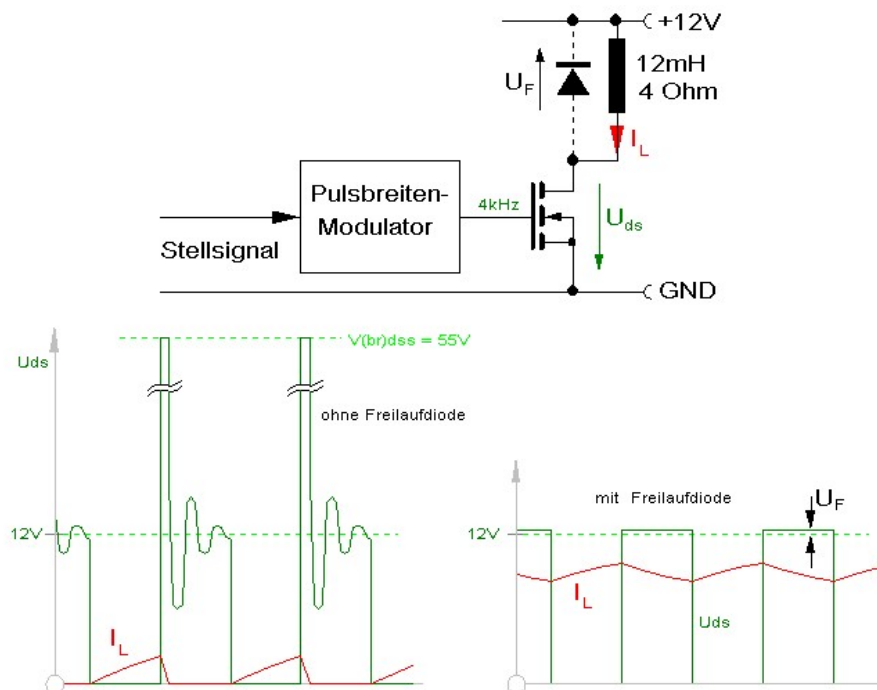
Bild\_5: Verlustleistung bei analoger Spulenregelung

ist. Wenn nun eine Kugel im Feld hängt, muss der Strom, z.B. mithilfe eines Transistors auf einen etwas niedrigeren Wert – eben gerade den zum Schweben benötigten Wert – vermindert werden. Bei dieser

mittelgroßen Kugel sind das etwa 1,5A. Das würde aber bedeuten, dass an diesem Transistor – durch den dann zwar nur noch 1,5A fließen – gleichzeitig eine relativ hohe Gleichspannung abfällt. In unserem Beispiel sind das ungefähr 6V. Das bedeutet, dass in dem Transistor eine nutzlose Verlustleistung von immerhin 9 Watt anfällt. Weil der Transistor damit zu heiß würde, müsste man ihn kühlen.

Das ist, ein verschwenderischer Umgang mit Leistung und Wärmeenergie. Denn es gibt eine bessere Lösung.

Die Lösung heißt: pulsbreitenmodulierte Endstufe (PWM) siehe Bild\_6.



Bild\_6: Getaktete Endstufe, Wirkung der Freilaufdiode

Für manche Leser wäre wahrscheinlich das Wort Schaltregler an dieser Stelle geläufiger – aber es ist falsch, denn eine geschaltete Endstufe ist natürlich noch kein Regler.

Für das genaue Einstellen der mittleren Spulenspannung benötigen wir einen schnellen Schalter, bzw. Schalttransistor, z.B. einen Power-MOS-FET. Diesen schalten wir über ein bestimmtes Tastverhältnis mit hoher Frequenz periodisch ein und aus. Die Frequenz muss so hoch sein, dass die Kugel von diesen Schaltvorgängen nichts mitbekommt.

Dabei taucht aber gleich ein neues Problem auf. Wie wir alle von den Zündspulen in unseren Autos wissen, entsteht beim Versuch, eine



stromdurchflossene Spule abzuschalten, eine sehr hohe Rückschlagspannung. Diese Spannung würde unseren Schalttransistor gefährden oder zumindest – weil er zufällig Avalanche fest ist – in ihm eine hohe Verlustleistung erzeugen. Außerdem käme damit der Strom in der kurzen Zeit nie auf die gewünschte Höhe. Damit das nicht passiert, fügen wir parallel zur Spule noch eine schnelle Leistungsdiode, am besten eine Schottky Diode ein. Die wird leitend, sobald die Rückschlagspannung größer als 0,4 Volt wird und übernimmt auch den Stromfluss, solange der Transistor sperrt. Im nächsten Takt kann der Strom dann von diesem Niveau aus weiter steigen bis er zu seinem mittleren Endwert gelangt. Auf diese Weise fließt trotz der getakteten Arbeitsweise ein kontinuierlicher und hoher Strom durch die Spule.

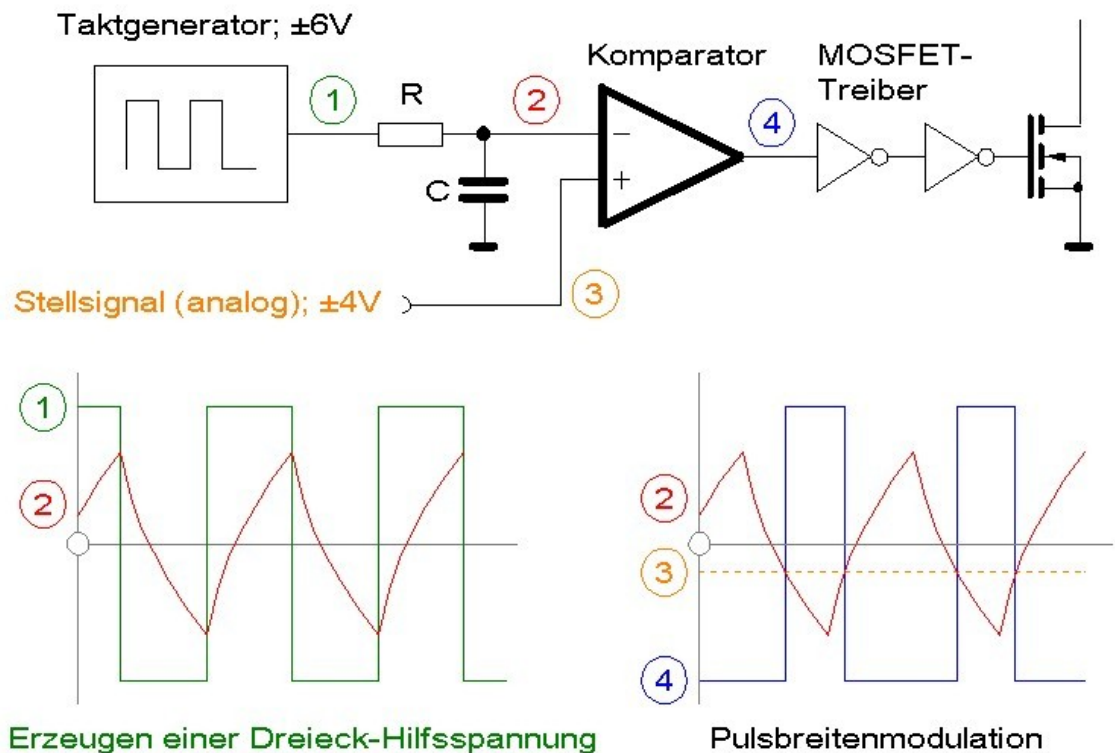
An einem voll durchgeschalteten Transistor entsteht trotz des Stroms kaum Verlustleistung – denken Sie bitte an die Leistungsparabel im Bild 5 – denn die Restspannung ist ja – je nach Typ - ziemlich gering. Auch an der Diode entsteht nur wenig Wärme, denn die Durchlass-Spannung ( $U_F$ ) ist ebenfalls gering. Gegenüber einer linearen Lösung haben wir also eine Menge Leistung und Wärme gespart.

### **3.6 Pulsbreitenmodulation (Bild\_7)**

Jetzt stellt sich nur die Frage: Wie erzeugt man ein Signal, das den Endtransistor in einem beliebig steuerbaren Tastverhältnis kontrolliert ein- und ausschaltet?

Die Lösung heißt: Man nehme einen Rechteckgenerator mit einem Tastverhältnis von ungefähr 1:1 – den haben wir ja schon, nämlich als Trägerfrequenzgenerator für die LED - und führe dieses Signal einem RC-Glied zu. Bei passender Dimensionierung entstehen dann am Kondensator e-funktionsförmige Spannungszüge. Dieses Signal führt man einem Spannungskomparator zu. Am zweiten Eingang dieses Komparators legen wir eine steuerbare Gleichspannung an, die dem gewünschten Aussteuergrad des Endtransistors entspricht. Der Komparator macht daraus durch Vergleich der beiden Eingangssignale ein Rechtecksignal, dessen Tastverhältnis der Steuerspannung (ziemlich) proportional ist, d.h. bei niedriger Steuerspannung sind die Impulse schmal, bei hoher werden sie breiter. Das so gewonnene Rechtecksignal führt man über einen kräftigen Treiber dem Gate des Power-Mos-Transistors zu.





Bild\_7: Erzeugen der Pulsbreitenmodulation

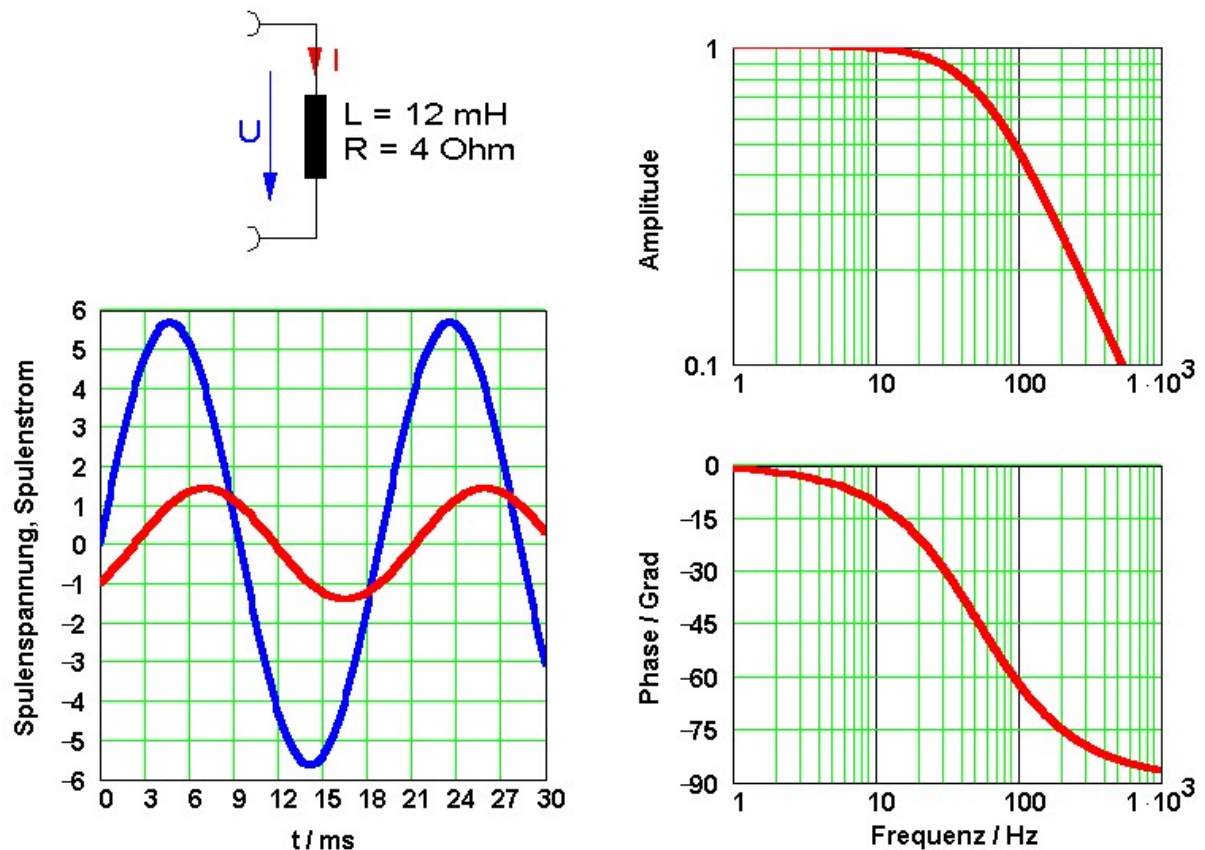
### 3.7 Unterlagerte Stromregelung

Bisher haben wir uns nur mit der Peripherie der Anordnung befasst. Die Aufgabe enthält aber noch ein weiteres Problem, das nicht ganz so offensichtlich ist. Und dieses Problem führt uns – obwohl es in unserer Aufgabe eigentlich nur ein Randproblem ist – bereits mitten in die Regelungstechnik hinein. Es geht nämlich noch einmal um die Induktivität der Magnetspule. Sie wissen ja: Wenn man eine Wechselspannung an eine Induktivität anlegt, dann eilt der Strom nach (**Bild\_8**).

Mit welcher Verzögerung wir zu rechnen haben, ergibt sich aus der Induktivität und dem ohmschen Widerstand der Spule. Unsere Spule hat 12 Millihenry und 4 Ohm. Im Ersatzschaltbild liegen diese beiden Impedanzen in Reihe. Wenn wir den Strom als Funktion der angelegten Spannung betrachten, erhalten wir einen Tiefpass mit einer Zeitkonstante von  $\tau = L/R = 3 \text{ ms}$ . Das heißt, wenn man eine sprungförmige Spannung anlegt, folgt der Strom nach einer e-Funktion mit der Zeitkonstante 3 ms.

Man kann das aber auch im Frequenzbereich betrachten. Eine Zeitkonstante von 3 ms. entspricht einer Grenzfrequenz von  $\omega_g = 1 / 2 \pi \tau = 53 \text{ Hertz}$ . Aus der Berufsschule wissen wir noch: Wenn

man an einen Tiefpass eine sinusförmige Wechselspannung anlegt, deren Frequenz gerade der Grenzfrequenz des Tiefpasses entspricht, dann folgt die Ausgangsgröße mit der 0,707fachen Maximalamplitude und mit einer Phasendrehung von 45 Grad. Wenn man also an die Spule eine Wechsel**spannung** mit einer Frequenz von 53 Hz und einer Amplitude von 4 Volt anlegt, dann fließt ein **Strom** von etwa 0,7 A mit einer Phasenverzögerung von 45 Grad. Bild\_8 zeigt den zeitlichen und den frequenzabhängigen Verlauf.



Bild\_8: Signalverlauf, Amplituden- und Phasengang an der Magnetspule

Fest steht, dass wir bei der Spule in einem Frequenzbereich, der durchaus noch im Reaktionsbereich der Kugel liegt, eine nicht zu vernachlässigende Phasendrehung haben. Wir werden später sehen, dass wir uns bei der Schwebenden Kugel einen derart großzügigen Umgang mit Phasenlagen nicht leisten können. Meine Berufsschüler sind nämlich genau an dieser Stelle gescheitert; trotz einer reichlich aufwendigen PID-Regelung gelang es ihnen nicht, die Kugel wirklich stabil zu regeln.

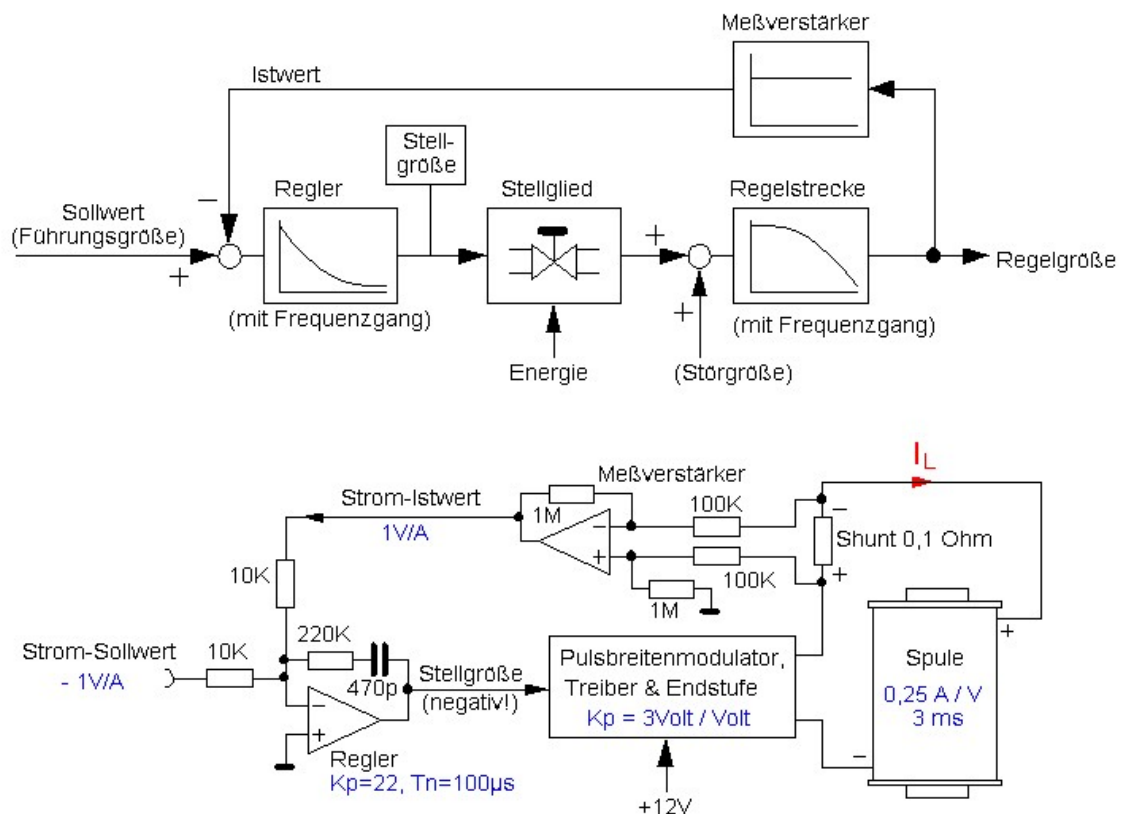
Aber es gibt Abhilfe. Als angehende Regelungstechniker sind wir diesem Problem nicht hilflos ausgeliefert. Was hindert uns z.B. daran, mit unserem analogen Stellsignal anstelle der Spulens**pannung** besser den Spulen**strom** einzustellen, so wie wir ihn gerne hätten? Von allein

macht das die Spule nicht – aber wir können sie dazu zwingen! Wir bauen uns eine zusätzliche Regeleinrichtung nur für den Spulenstrom. Man nennt das eine unterlagerte Regelung. Bevor wir aber darauf konkret eingehen, wenden wir uns zunächst der Regelungstechnik im Allgemeinen zu.

## 4. Grundbegriffe der Regelungstechnik

### 4.1 Fachbegriffe und Grundregeln der Regelungstechnik (Bild\_9)

Welche Baugruppen und Größen finden wir in einem typischen Regelkreis? Praktischerweise nehmen wir gleich mal die unterlagerte Stromregelung in unserer Schaltung als Beispiel.



Bild\_9: Grundsätzliche Struktur eines Reglers als allgemeines Blockschaltbild, bzw. konkret ausgeführt (im Vergleich)

#### 4.1.1 Sollwert

Beginnen wir beim **Sollwert**. Das ist diejenige Größe, die dem Regler mitteilt, worauf er zu regeln hat; es ist die **Führungsgröße**. Wenn der Regler elektrisch arbeitet, z.B. ein Operationsverstärker, muss der Sollwert natürlich auch elektrisch sein. Der Sollwert steht aber für irgendeine physikalische Größe, die geregelt werden soll.

Bei uns soll der Spulenstrom in Höhe von 0 ... 3A geregelt werden. Dafür gibt uns der Lageregler – mit dem wir uns anschließend zu befassen haben – eine Spannung in Höhe von 0 ... 3V vor. Die Schaltung ist also bequemerweise so dimensioniert, dass eine Empfindlichkeit von 1A/V vorliegt. Wenn also der nachgeschaltete Regler einen Sollwert von 1V erhält, hat er **schnellstmöglich** dafür zu sorgen, dass in der Spule genau 1A fließt. Das ist die Hauptaufgabe dieser unterlagerten Stromregelung.

#### 4.1.2 Regler

Damit sind wir beim eigentlichen Regler. Ein Regler ist im Grunde nichts weiter als ein Verstärker mit klar definierter **Verstärkung**, wobei diese Verstärkung fast immer auch einen ganz bestimmten **Frequenzgang** hat. Der Verstärker kann – wie in unserem Beispiel – ein einfacher analoger Operationsverstärker sein; manche Regeleinrichtungen arbeiten mechanisch, z.B. bei unserem Rasenmäher. Aber auch mit einem einzelnen Transistor kann man bereits vieles wirksam regeln. Auch Mikrocontroller oder gar ein Computer mit einem entsprechenden Programm können als Regler verwendet werden. Solch aufwendige Lösungen verwendet man immer dann, wenn man bei der Regelung diverse Randbedingungen zu beachten hat oder wenn die Regelung besonders genau und reproduzierbar sein muss. Eine besonders schöne Anwendung dieser Art ist z.B. der Autopilot in einem Verkehr Linienflugzeug.

Wir verwenden zur Regelung unserer schwebenden Kugel Operationsverstärker, die in gezielter Weise gegengekoppelt werden. Letztendlich sind das auch schon wieder Regler; aber wir wollen hier nur das äußere Verhalten solcher gegengekoppelte Operationsverstärker betrachten. Die Gegenkopplung sorgt nämlich dafür, dass aus dem Operationsverstärker, der ja von Natur aus eine extrem hohe Verstärkung hat, ein Verstärker mit einer meist wesentlich geringeren, aber genau definierten Verstärkung und einem ebenso definierten Frequenzgang entsteht. Was es mit diesem Frequenzgang auf sich hat, werden wir später sehen.

Generell kann man aber jetzt schon sagen, dass ein Regler umso besser für das Einhalten des Sollwertes sorgt, je höher seine **Verstärkung** ist. Leider gibt es im zu regelnden Kreis fast immer Grenzen für diese Verstärkung, d.h. wir müssen die Verstärkung – und auch deren Frequenzgang – gezielt an diese Grenzen anpassen.

### 4.1.3 Stellgröße und Stellglied

Am Ausgang des Regelverstärkers heißt das verstärkte Signal nunmehr „**Stellgröße**“. Dieser Begriff ist sinnvoll, denn der Regler **stellt** damit das nachgeschaltete **Stellglied** – in unserem Fall ist das die nachgeschaltete pulsbreitenmodulierte Endstufe – so ein, dass dieses die gewünschte Änderung an der zu regelnden physikalischen Größe herbeiführt. Man kann das Stellglied wie ein vom Regler steuerbares Ventil auffassen, das aus einer **externen Energiequelle** gezielt einen Teil an das zu regelnde Objekt abgibt.

Wenn also unser Stromregler einen kleinen Stromsollwert erhält, verstärkt er diesen und gibt das verstärkte Signal als ziemlich kräftige Stellgröße an den Modulator der Endstufe weiter. Der Strom steigt daraufhin mit einer entsprechend großen Geschwindigkeit an. Die Geschwindigkeitszunahme gegenüber der ungeregelten Version ist proportional zur Verstärkung durch den Regler.

### 4.1.4 Störgröße

In unserer Anwendung besteht die Hauptaufgabe der Stromregelung nur darin, die Kleinsignal-Bandbreite der Regelstrecke zu erweitern. Oftmals geht es aber darum, Störungen auszuregulieren, die von außen auf die Regelstrecke einwirken. Bei einer Drehzahlregelung (z.B. an einer Bohrmaschine) will man die Drehzahl eines Antriebs auch dann auf dem gewünschten Wert halten, wenn unerwartet externe Lasten angreifen. Solche Einflüsse nennt man Störgrößen. Meist wirken sie am Anfang der Regelstrecke ein. Denkbar wäre auch, dass z.B. der externe Energiefluss, von dem das Stellglied einen Teil zur Regelstrecke leitet, Schwankungen unterworfen ist. In diesem Fall greift die Störgröße bereits beim Stellglied ein.

Die Stabilität einer Regelung ist hinsichtlich des Eingriffs-Ortes innerhalb des Regelkreises unterschiedlich. Letztendlich ist auch die Eingabe von Sollwerten eine Störung der Regelung. Man unterscheidet deshalb zwischen **Führungsverhalten** und **Störverhalten**. Im Fall unseres Stromreglers interessiert uns nur das Führungsverhalten.

### 4.1.4 Regelstrecke

Was ich eben noch als „das zu regelnde Objekt“ umschrieben habe, nennt man in der Regelungstechnik **Regelstrecke**. Als ich dieses Wort zum ersten Mal hörte, empfand ich einigen Widerwillen. Strecken sind doch eigentlich Längeneinheiten, in Metern zu

messen. Aber sehr viele zu regelnde Einrichtungen haben mit Strecken anscheinend nichts zu tun, z.B. Schaltungen, die von einem Spannungsregler versorgt werden. Trotzdem gewinnt dieser Fachbegriff einen gewissen Sinn, wenn man sich die Regelstrecke als eine Einrichtung mit Eingang und Ausgang vorstellt. Die Regelstrecke unseres Stromreglers ist die Magnetspule (Bild\_9). Sie hat einen Eingang, nämlich die beiden Anschlussklemmen der Spule. Und sie hat einen Ausgang, nämlich den Strom, den der Regler regeln soll. Am Ende der Regelstrecke kommt also etwas Anderes heraus als am Anfang hineingesteckt wurde. Zwischen Anfang und Ende sind aber typische Eigenschaften einer Strecke.

#### 4.1.5 Istwert

Wie erfährt der Regler vom Ergebnis, welches am Ende der Regelstrecke herauskommt? Ganz einfach: Wir messen das Ergebnis der Regelung – nämlich den Strom in der Spule – mithilfe eines **Messverstärkers**. Dieser erzeugt eine Gleichspannung, die dem gemessenen Strom proportional ist. Diese Spannung nennt man **Istwert**. Sie wird zum Eingang des Regelverstärkers **zurückgeführt**.

#### 4.1.6 Steuerung und Regelung

Damit kommen wir zum wesentlichsten Merkmal einer Regelung: Im Gegensatz zu einer Steuerung liegt bei einer Regelung immer ein **geschlossener Regelkreis** vor. Das heißt, ein Signal, das vom Regler ausgeht, geht durch das Stellglied, von dort über die Regelstrecke und gelangt schließlich als Istwert zum Eingang des Regelverstärkers zurück.

Dort, am Eingang des Regelverstärkers wird der zurückgeführte Istwert mit dem vorgegebenen Sollwert **verglichen**. Der Regler verstärkt dann nur noch etwaige Abweichungen zwischen Sollwert und Istwert.

#### 4.1.7 Invertierung in der Regelschleife

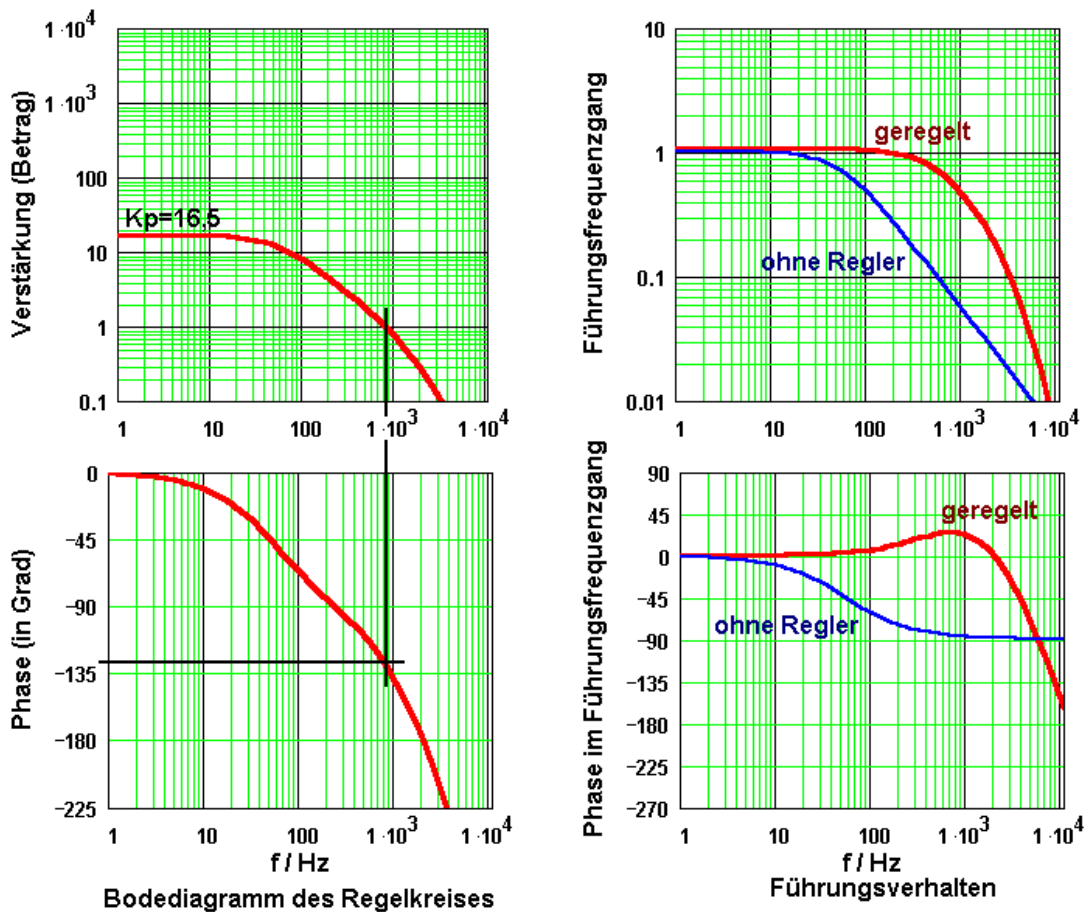
So selbstverständlich habe ich soeben den Begriff „vergleichen“ verwendet. Mathematisch betrachtet, ist das eine **Subtraktion**. Der Istwert wird also vom Sollwert subtrahiert und der Regler verstärkt nur noch etwaige Differenzen.

Damit ist aber noch nicht ausgesagt, was von wem subtrahiert wird. Man könnte ja z.B. den Istwert positiv zurückführen und den Sollwert

hiervon abziehen. Genau **das** funktioniert aber **nicht**.

Wenn man nämlich den Istwert positiv in den Eingang des Reglers zurück speist, geht der Regler nach der geringsten Störung sofort auf Anschlag; es handelt sich dann um eine positive Rückkopplung, eine Mitkopplung. Damit die Regelung so arbeitet, wie wir das Wünschen, muss sie irgendwo eine Invertierung enthalten. Zum Beispiel könnte man den Stromistwert invertieren, d.h. negativ einspeisen. Das ist aber nur eine von vielen Möglichkeiten. Grundsätzlich kann man die Invertierung innerhalb der Regelschleife legen, wohin man will, z.B. auch in den Pulsbreitenmodulator. Das geht dort z.B. schon, wenn man nur die beiden Eingänge des Spannungskomparators vertauscht. Entscheidend ist, dass innerhalb des Regelkreises **irgendwo** eine Invertierung enthalten ist. Auf der Frequenzebene betrachtet, entspricht eine solche Invertierung einer Phasendrehung um  $180^\circ$ . Diese Betrachtungsweise ist vor allem bei der Beurteilung der Regelstabilität von Vorteil. Damit kommen wir zum Begriff der Regelstabilität.

## 4.2 Regelstabilität (Bild\_10)



Bild\_10: Stromregelung mit P-Regler

### 4.2.1 Beurteilung der Regelstabilität am Frequenzgang der



## Kreisverstärkung

Woran liegt es eigentlich, dass man Regelungen nicht beliebig hart machen kann? Aus der Praxis wissen wir, dass Regelungen bei zu hoher Kreisverstärkung schwingen können. Aber warum ist das so?

Der Grund dafür liegt in den zusätzlichen Phasendrehungen, denen die meisten Glieder innerhalb eines Regelkreises – sogar der Regelverstärker selbst – unterworfen sind, und die in erster Linie bei hohen Frequenzen auftreten. Dadurch wird die ursprüngliche Invertierung, d.h. die Phasendrehung von  $180^\circ$ , innerhalb der geschlossenen Regelschleife bei höheren Frequenzen immer weitergedreht – bis sie schließlich zu einer Mitkopplung wird. Zu den ursprünglichen  $180^\circ$  der einfachen Gegenkopplung kommen mit zunehmender Frequenz zusätzliche Phasendrehungen, bis  $360^\circ$  erreicht werden. So geht z.B. allein schon an unserer Spule die Phase bei höheren Frequenzen gegen  $90^\circ$  (Bild\_8). Zusammen mit der Invertierung macht das schon  $270^\circ$  Grad.

In der Regelungstechnik ist es üblich, mithilfe eines so genannten Bodediagramms den Frequenzgang des gesamten Regelkreises zu betrachten. Dabei stellt man sich vor, dass er irgendwo aufgetrennt ist, d.h. alle beteiligten Komponenten liegen in einer Kette hintereinander. Man multipliziert also einfach alle Verstärkungsfaktoren miteinander, die sich im Regelkreis befinden, und zeichnet den daraus resultierenden Frequenzgang in Amplitude und Phase in Diagrammform auf.

Ein Beispiel hierfür sehen Sie in der linken Hälfte von Bild\_10. Im oberen Diagramm ist der Betrag der Verstärkung als Funktion der Frequenz aufgetragen, darunter die zugehörige Phasendrehung. Ich wiederhole: es handelt sich um die Gesamtverstärkung des aufgetrennten Regelkreises. Hieran kann der Regelfachmann bereits gut erkennen, wie sich die Regelung benehmen wird.

Anmerken möchte ich noch, dass diese Kurven keine Produkte meiner Fantasie sind, sondern mithilfe eines kleinen Mathematikprogramms **echt gerechnet** wurden.

Sie sehen z.B., dass bei niedrigen Frequenzen eine relativ konstante Verstärkung von 16,5 vorliegt. Dieser Wert entsteht einerseits aus der Verstärkung des Reglers, multipliziert mit den Übertragungsfunktionen der übrigen Regelkreisglieder.

Mit höherer Frequenz – so ungefähr ab 50 Hertz – fällt die Verstärkung der Regelstrecke, und zwar ungefähr proportional mit der Frequenz. Hier finden wir den Frequenzgang der Magnetspule wieder – Sie erinnern sich: diese hatte eine Grenzfrequenz von 53

Hz. Bei der zehnfachen Grenzfrequenz (530Hz) ist die gesamte Kreisverstärkung ungefähr auf ein Zehntel des Anfangswertes abgesunken. Damit beträgt die Kreisverstärkung des gesamten Regelkreises immerhin noch 1,65. Die Frage dabei ist: Was macht dabei die Phasendrehung?

Das Stabilitätskriterium lautet nämlich: ***Bei allen Frequenzen, bei denen die Verstärkung im Regelkreis größer als 1 ist muss die Phasendrehung kleiner als 360° sein.***

In unserem Fall schneidet die Verstärkung die Linie mit dem Wert 1 bei ungefähr 850Hertz. Dabei beträgt die zusätzliche Phasendrehung nur etwa 125° Grad. Was im Bild nicht eingezeichnet ist, ist die Phasendrehung durch die Signalinvertierung. Deshalb liegt die Stabilitätsgrenze im Diagramm bereits bei 180°. Nun sind aber 125° deutlich weniger als 180°, d.h. die Regelung arbeitet stabil.

#### 4.2.2 Führungsfrequenzgang

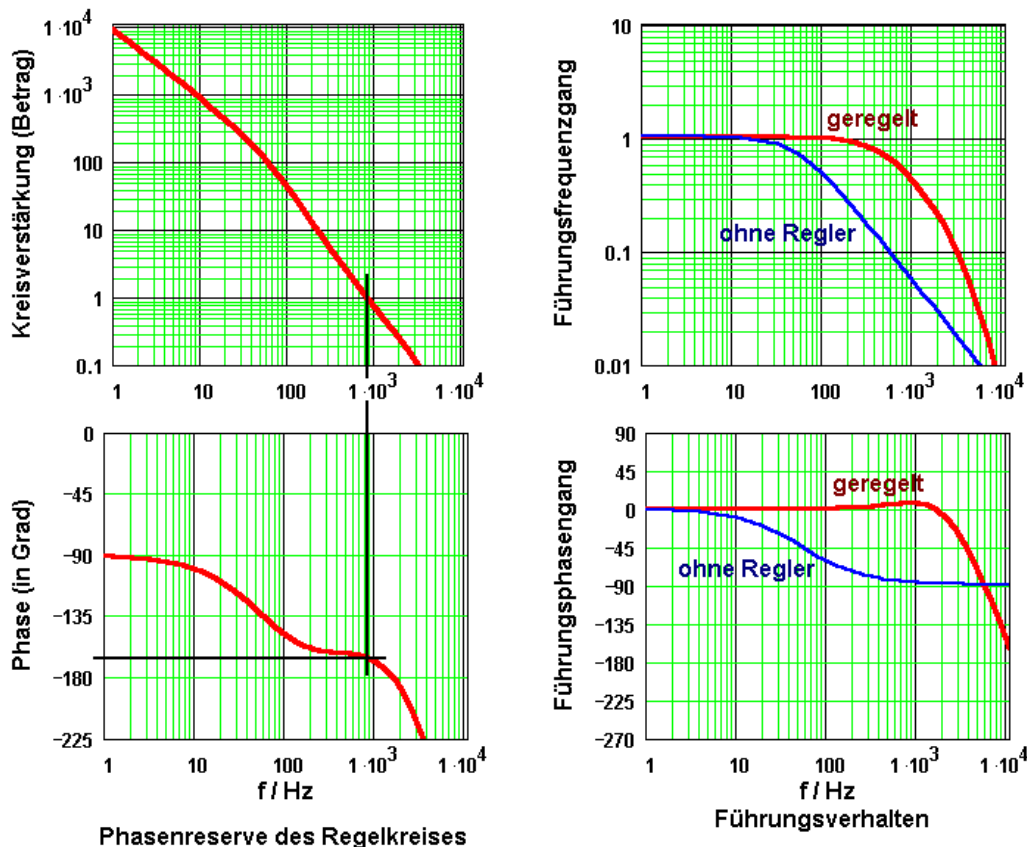
In der rechten Hälfte von Bild\_10 sehen Sie noch ein weiteres Bode-Diagramm. Hierbei handelt es sich um den Führungsfrequenzgang des geschlossenen Regelkreises - also genau das, was wir benötigen, nämlich den Spulenstrom als Funktion des Sollwertes. Wenn Sie diese Kurven mit dem Frequenzgang der unregelmäßigten Spule (blaue Linien) vergleichen, sehen Sie sofort den Vorteil der unterlagerten Stromregelung. Neben einer Ausweitung des Frequenzbereichs um eine Frequenzdekade haben wir auch noch einen stark verbesserten Phasengang, fast um 2 Dekaden. Vor allem der Phasengang ist entscheidend für die Qualität und Stabilität der späteren Lage-Regelung (und überhaupt jeder Regelung).

#### 4.3 PI-Regelung (Bild\_11)

Wir haben gehört, dass man die Verstärkung in einem Regelkreis nicht beliebig hochmachen kann. Diese Begrenzung führt dazu, dass z.B. Lastschwankungen bei reiner Proportionalverstärkung nicht zu hundert Prozent ausgeregelt werden; man sagt, es verbleibt eine permanente Regelabweichung. Ein reiner Proportionalregler kann also nur mit einer bleibenden Regelabweichung gegen eine Belastung gegenhalten.

Trotzdem gibt es eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen. Man kann sich nämlich die Tatsache zunutze machen, dass die gefürchteten Phasendrehungen nur bei hohen Frequenzen auftreten.

Dann kann man die Verstärkung wenigstens bei niedrigen Frequenzen erhöhen. Bild\_11 zeigt, wie das dann aussieht.



Bild\_11: Stromregelung mit PI-Regler

Man fügt eine so genannte **integrale** Verstärkungskomponente hinzu. Das erreicht man, wenn man im Gegenkopplungszweig des Regelverstärkers in Reihe mit dem ohmschen Widerstand einen Kondensator einfügt (vgl. Bild\_9). Damit kann man bei der Frequenz Null – also bei Gleichspannung; hier sperrt ja der Kondensator – fast unendlich hohe Verstärkung erreichen ohne dass die Stabilität gefährdet wird. Dieser Verstärkungsanstieg ist in Bild\_11 im ersten Diagramm sehr schön zu sehen (vgl. Bild\_10). Damit kann man zwar nicht kurzzeitige, wenigstens aber permanente Regelabweichungen praktisch zu hundert Prozent ausregeln. Der Regler hat nun eine proportional-integrale Verstärkungscharakteristik. Daher der Name **PI-Regler**.

Allerdings kommt doch noch ein Pferdefuß. Die integrale Komponente eines solchen Reglers erzeugt nämlich selbst eine Phasendrehung von  $90^\circ$ . Auch dies kann man in Bild\_11 (Diagramm links unten; vgl. Bild\_10) gut erkennen. In Bild 10 beginnt die Phasenlage bei  $0^\circ$ , in Bild\_11 bei  $90^\circ$ . Man kann integrale

Regelverstärkungen also nur in Frequenzbereichen einsetzen, in denen die Regelstrecke nicht ebenfalls bereits  $90^\circ$  Phasendrehung hat. Zum Glück geht die Phasendrehung unserer Spule bei tieferen Frequenzen gegen Null Grad. Das kompensiert die bei tiefen Frequenzen zunehmende Phasendrehung des Reglers, d.h. die Regelung arbeitet trotz der Phasendrehung stabil. Auch hier ist entscheidend, dass die Gesamt-Phasendrehung in allen Bereichen kleiner als  $360^\circ$  sein muss, in denen die Kreisverstärkung größer als 1 ist. In unserem Fall haben wir immer noch eine Phasenreserve von ca.  $20^\circ$  Grad.

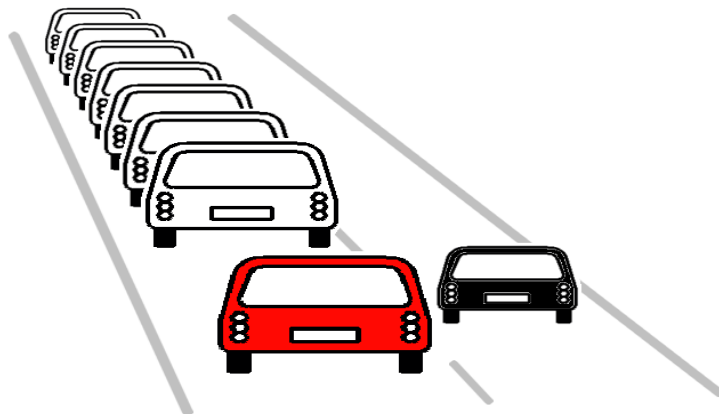
## 5. Regelstrecken höherer Ordnung

Bisher haben wir uns nur mit den Grundbegriffen der Regelungstechnik und relativ einfachen Regelstrecken beschäftigt. In der Annäherung an unser Problem mit der Schwebenden Kugel muss ich nun auf eine wesentlich schwierigere Regelstrecke zu sprechen kommen.

### 5.1 Golf gegen Opel – oder integrale Regelstrecken höherer Ordnung (Bild\_12)

Wer von Ihnen fährt einen schwarzen VW-Golf? – OK; diese Leute dürfen sich jetzt einmal nicht angesprochen fühlen.

Stellen Sie sich vor, Sie fahren mit einem anständigen, großen Opel auf der Autobahn. Sie befinden sich in einer endlosen Kolonne von Fahrzeugen (Bild\_12). Auf der rechten Spur fahren LKWs (die habe ich nicht gezeichnet).



Bild\_12: PKW-Abstand als Beispiel für integrale Regelstrecken höherer Ordnung

Damit sich niemand in Ihre Spur dazwischen drängelt, halten alle Wagen vor Ihnen einen knappen Abstand von 20 Metern. Aber Sie mögen diesen Stress eigentlich nicht so und fahren mit etwas mehr Abstand. Plötzlich bemerken Sie rechts so einen schwarzen Golf, der, von hinten kommend, Anstalten macht, sich in die Lücke vor Ihnen hineinzudrängen. Aber Sie haben es auch eilig und denken überhaupt nicht daran, ihm diesen Vorteil zu überlassen. Sie treten voll aufs Gas, der schwere Wagen beschleunigt, in ein paar Sekunden haben Sie die Lücke geschlossen und Sie fahren jetzt im gleichen Abstand wie Ihre Vordermänner. Der Golf muss bleiben wo er ist und wird von den LKWs abgekämmt.

Und jetzt die Frage: Wann nehmen Sie das Gas zurück – wenn Sie die 20 Meter Abstand erreicht haben oder etwa schon früher – Denken Sie an den Golf neben Ihnen! Bremsen Sie womöglich sogar, wenn Sie den Mindestabstand wieder erreicht haben? Wodurch unterscheidet sich diese Situation von unserem Stromregler?

Der Stromregler tat NICHTS, wenn die Differenz zwischen Istwert und Sollwert Null war. Auch jetzt ist die Regeldifferenz Null; Sie haben den Abstand zu Ihrem Vordermann aufgeholt und befinden sich genau dort, wo sie hinwollten – 20 Meter hinter ihm. Und trotzdem haben Sie jetzt das intensive Bedürfnis, zu bremsen!

Der Grund dafür besteht darin, dass Sie jetzt 20 km/h zu schnell fahren. Wenn Sie nichts tun, wird sich Ihr Abstand zum Vordermann aufgrund der Trägheit Ihres schweren Wagens weiter vermindern, d.h. der Istwert wird den Sollwert unterschreiten und Sie werden Ihrem Vordermann gefährlich nahekommen. Der erfahrene Autofahrer erkennt das schon vorher und nimmt das Gas beizeiten weg (wenn nicht gerade ein schwarzer Golf rechts neben ihm fährt ...). Der Regler im Kopf des Fahrers berücksichtigt also nicht nur den Abstand zum Vordermann, sondern auch noch die Geschwindigkeit, mit der er sich dem Sollwert nähert.

## **5.2 Die Schwebende Kugel als doppelte integrale Regelstrecke**

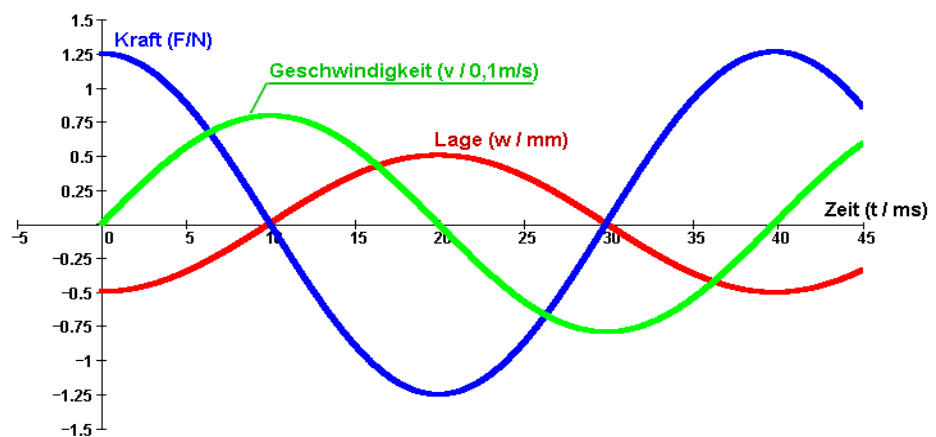
Genau dieses Problem – sogar in verschärfter Form - enthält auch unsere Schwebende Kugel. Im Gegensatz zum Auto, wo eine ganze Menge Luftwiderstand und Reibung für eine natürliche Dämpfung sorgt, schwebt unsere Kugel frei in der Luft und erfährt wegen ihrer geringen Geschwindigkeit sogar noch viel weniger natürliche Dämpfung als ein Auto bei hoher Geschwindigkeit.

Stellen Sie sich vor, wir haben einen ordentlichen P-Regler mit einer

ordentlichen, linearen Lichtschranke und wir wollen damit den Abstand der Kugel zum Magnetkern regeln. Wenn die Kugel zu weit unten hängt, erhöht der Regler augenblicklich den Strom in der Spule (wir haben ja einen guten Stromregler). Wenn sie zu weit oben ist, wird der Strom sofort erniedrigt. Der Anstieg der Magnetkraft mit dem Abstand soll so groß sein, dass der Einfluss der größeren Entfernung auf jeden Fall kompensiert wird, d.h. wir haben eine Magnetkraft, die sich ausreichend stark proportional zum Abstand vergrößert. Die Frage lautet nun: Wird das Funktionieren – ja oder nein?

Entwicklung der Werte bei reiner Proportional-Regelung (Magnetkraft ist eine Funktion des Abstands):

$$\begin{bmatrix} w_k \\ F_k \\ v_k \\ t_k \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} w_{k-1} + v_{k-1} \cdot \delta t \\ -2.5 \cdot w_{k-1} \cdot \frac{N}{\text{mm}} \\ v_{k-1} + \frac{F_{k-1}}{M} \cdot \delta t \\ t_{k-1} + \delta t \end{bmatrix}$$



Bild\_13: Reaktion des Systems bei reiner P-Regelung

Auch diese Grafiken sind nicht einfach aus der Fantasie gezeichnet, sondern das Ergebnis echter Berechnungen. In diesem Fall handelt es sich sogar um die numerische Lösung einer Differentialgleichung. Oben im Bild\_13 sehen Sie die Endformel im zugrundeliegenden MathCad- Dokument.

Nehmen wir an, jemand hat die Kugel einen halben Millimeter heruntergezogen und sie dann losgelassen. Über die Lichtschranke hat der Regler die Information „Kugel zu tief“ erhalten und sofort den Strom, so wie es seiner Verstärkung entspricht, erhöht. Im Beispiel wird eine Steifigkeit von 2,5N/mm simuliert, d.h. die Kugel erfährt eine zusätzliche Hubkraft von 1,25N (die stets notwendige Hubkraft, die das konstante Gewicht der Kugel kompensiert, sei hier außen vorgelassen).

Aufgrund der zusätzlichen Kraft beginnt die Kugel, sich nach dem Loslassen nach oben in Bewegung zu setzen, d.h. sie wird nach oben beschleunigt. Wer im Physikunterricht aufgepasst hat, weiß

noch, dass sich alle Körper aufgrund ihrer Massenträgheit beim Angriff einer beschleunigenden Kraft zunächst nur langsam in Bewegung setzen. Erst im Lauf der Zeit, also wenn die Kraft längere Zeit anhält, nimmt die Geschwindigkeit immer weiter zu.

So auch hier. Die Kugel setzt sich langsam nach oben in Bewegung. Der Abstand zur Sollposition vermindert sich daraufhin etwas und auch der Regler vermindert seinen Strom ein wenig (bei  $t=5\text{ms}$ ). Trotzdem wird die Kugel weiter nach oben beschleunigt, denn die Kugel ist ja immer noch zu tief, d.h. der Strom ist höher als normal. Die Kugel wird also noch etwas schneller. Erst wenn sich die Kugel in der korrekten Position befindet (bei  $t=10\text{ms}$ ), fließt auch wieder der normale Strom.

Die meisten Laien denken: Aha – jetzt ist die Kugel dort, wo sie hingehört, der Strom ist wieder normal und damit ist die Regelung zu Ende. Weit gefehlt! Wir haben nämlich etwas übersehen: Die Kugel hat – ähnlich wie unser roter Opel in Bild\_12 – immer noch eine Geschwindigkeit, die nicht zu dieser Situation passt. Die Kugel schwebt ja gar nicht, sondern, sie hat immer noch eine nach oben gerichteter Geschwindigkeit – im Beispiel sind es immerhin  $75\text{mm/s}$ !

Aufgrund ihrer Massenträgheit wird sie sich also weiter nach oben bewegen. Die Lichtschranke teilt dem Regler nun mit, dass die Kugel zu hoch hängt, worauf hin der Regler den Strom reduziert. Die Kugel wird nun langsamer, geht aber immer noch nach oben. Der Regler vermindert den Strom noch weiter – und jetzt endlich kommt die Kugel zum Stehen (bei  $t=20\text{ms}$ ). Sie ist zwar nun zu hoch, aber zum Glück ist ja der Strom gerade ziemlich niedrig. Die Kugel beginnt also wieder zu fallen; zurück in der Idealposition. Bei  $t=30\text{ms}$  fließt endlich genau der richtige Strom. Ist die Regelung jetzt zu Ende?

– Nein, denn jetzt schwebt ja die Kugel wieder nicht, sondern sie bewegt sich mit  $75\text{mm/s}$  nach unten. Ihre Massenträgheit lässt sie weiter nach unten fallen, usw. ...

Im Idealfall wäre das Ergebnis also eine schwache, konstante Schwingung, deren Amplitude genau so groß ist wie die anfängliche Auslenkung –  $\pm 0,5\text{mm}$ . Leider gibt es aber in der Realität keine verzögerungsfreien Regelkreise – denken Sie nur an den Stromregler, der zwar nicht schlecht ist, aber die schädliche Phasendrehung auch nur um knapp 2 Dekaden erweitern konnte. Und aufgrund dieser im System zusätzlich vorhandenen, leichten Verzögerungen schaukeln sich diese Schwingungen zu immer höherer Amplitude auf – bis die Kugel schließlich rausfällt (weil es die Endstufe nicht mehr schafft). Ein P-Regler und erst recht ein PI-Regler (der ja bei tiefen Frequenzen noch zusätzliche



Phasendrehung erzeugt) ist also für die Regelung einer Schwebenden Kugel absolut ungeeignet.

Warum aber reagiert unsere Kugel so anders als der Strom in der Magnetspule? Warum lässt sich der Strom in einer trägen Induktivität mit einem primitiven Proportionalregler so leicht regeln, nicht aber eine träge Kugel?

Erst eine rein physikalische Betrachtung löst das Rätsel: Während wir beim Strom in einer Induktivität eine Größe regeln wollen, die unmittelbar von der Eingangsgröße abhängt – sie wissen ja: der Strom ist eine einfache Funktion der angelegten Spannung – haben wir es bei der Kugel in Wahrheit mit zwei **hintereinander geschalteten integralen Regelstrecken** zu tun.

Wieso? - Das Magnetfeld der Spule erzeugt einfach nur eine Kraft auf die Kugel. Die Kugel enthält aber eine gewisse Masse, d.h. sie kann sich aufgrund ihrer Massenträgheit anfänglich nur langsam mit einer bestimmten Beschleunigung in Bewegung setzen. Erst im Lauf der **Zeit** baut sich an der Kugel eine zunehmende Geschwindigkeit auf. Mathematisch betrachtet ist Geschwindigkeit das Integral der Beschleunigung über der Zeit. Für diejenigen Leute, die keine Integralrechnung können, sage ich mal ganz salopp: **Geschwindigkeit ist aufaddierte Beschleunigung.**

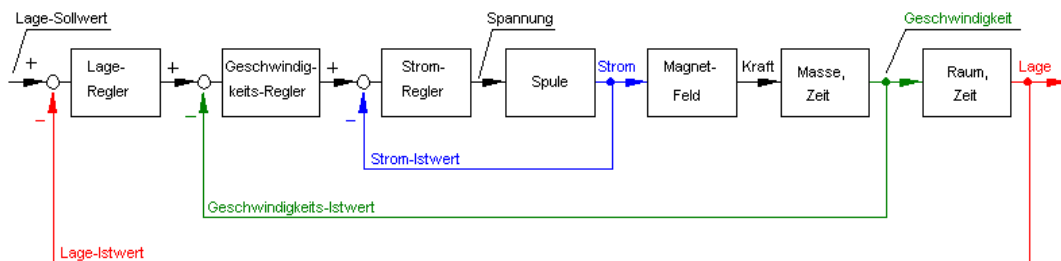
Allerdings interessiert uns die Geschwindigkeit der Kugel eigentlich nicht, wir wollen doch die Lage regeln! Wie aber kommt man denn nun zur Lage? Natürlich über eine Bewegung, die dorthin führt. Bewegungen allerdings sind durch Richtung und Geschwindigkeit gekennzeichnet. Erst die über eine bestimmte **Zeit** aufaddierte Geschwindigkeit führt dann zum zurückgelegten Weg der Kugel in die Sollposition. Die Lage der Kugel ist also – mathematisch betrachtet – wiederum ein Integral, nämlich das Integral aus ihrer Geschwindigkeit über der Zeit. Und für die Nicht-Mathematiker: **Strecke ist aufaddierte Geschwindigkeit.**

In unserer Regelstrecke sind also vom Eingang (Magnetkraft) bis zum Ausgang (Lage der Kugel) zwei Integrationen zu überwinden. Und genau an dieser Stelle beginnt das Problem: Wie wir schon wissen, ist eine Integration auch immer mit einer Phasendrehung von  $90^\circ$  verbunden. Die Regelstrecke erzeugt also eine Phasendrehung von  $180^\circ$  zusätzlich zur der – aus Gründen der statischen Stabilität notwendigen - Invertierung im Regelkreis. Eine Phasendrehung von  $360^\circ$  aber führt zu Oszillation.

## 6. Regelung integraler Regelstrecken höherer Ordnung

### 6.1 Erster Lösungsansatz: Aufteilung in mehrere Regelstrecken 1. Ordnung

Was könnte man tun? Die bestmögliche, optimale Lösung kennen wir schon: Genau wie beim Stromregler könnten wir nämlich für je eine Regelstreckenordnung eine weitere unterlagerte Regelung vorsehen, in unserem Fall für die Geschwindigkeit der Kugel. Anstatt gleich zu versuchen, den Abstand mithilfe der Magnetkraft direkt zu regeln, geht man etwas bescheidener heran und regelt (über die unterlagerte Stromregelung) erst mal nur die **Geschwindigkeit** mithilfe der Magnetkraft. So bekommt man die Geschwindigkeit „in den Griff“. Damit bietet man dem Lageregler eine Stellgröße (den Geschwindigkeits-Sollwert), mit deren Hilfe er nun seinerseits den Abstand der Kugel problemlos beherrschen kann. Man hat die integrale Regelstrecke 2. Ordnung in zwei hintereinander geschaltete Regelstrecken 1. Ordnung aufgeteilt (**Bild\_14**).



Bild\_14: Optimale Form einer Lageregelung mit unterlagelter Geschwindigkeitsregelung

Damit wäre die ursprünglich sehr schwierige Regelstrecke in zwei einfach zu beherrschende Regelstrecken unterteilt, nicht zu vergessen die bereits besprochene Stromregelung, die als dritte unterlagerte Regelschleife ebenfalls in Bild\_14 zu finden ist.

Erinnern Sie bitte noch einmal an den roten Opel, der mit knappem Abstand hinter seinem Vordermann herfährt (Bild\_12). Der Fahrer macht instinktiv genau das Gleiche wie diese Schaltung: Wenn der Abstand zum Vordermann größer wird, erhöht er nicht den **Schub** seines Wagens, sondern dessen **Geschwindigkeit**. Manche fahren dabei sogar streng nach Tacho. Schon beim Annähern an die Sollposition – **also, wenn er noch gar nicht da ist**, wo er eigentlich hin will - reduziert er die Geschwindigkeit wieder; manche Fahrer

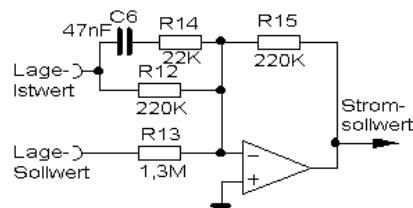
bremsen sogar (und irritieren damit ihre Hintermänner). Der Fahrer folgt der einfachen Regel: „Bei zu großem Abstand mit höherer Geschwindigkeit fahren, bei zu kleinem Abstand mit geringerer Geschwindigkeit“ - und kommt damit ganz einfach zu einem sehr steifen, sicheren Regelverhalten (wenigstens solange er aufpasst ...).

## 6.2 Zweiter Lösungsansatz: PD-Regelung

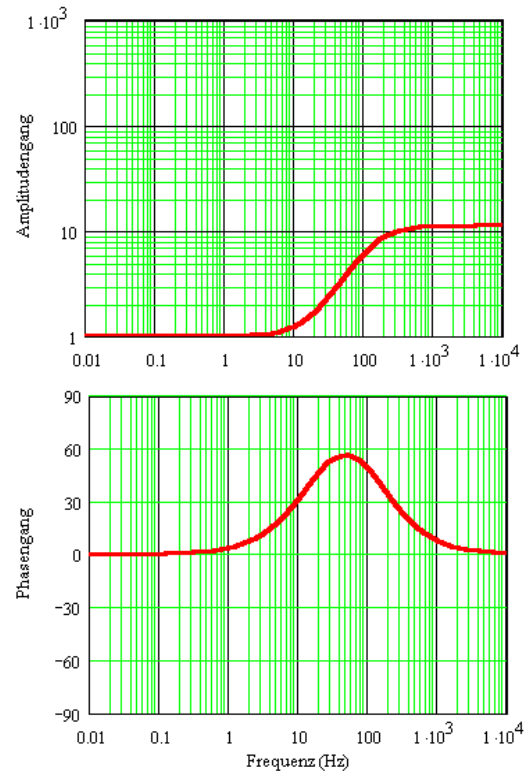
Wenn wir die Geschwindigkeit der Kugel regeln wollen, haben wir ein Problem: Während sich die Lage der Kugel sehr einfach und kostengünstig mithilfe einer Lichtschranke feststellen lässt, ist das mit der Geschwindigkeit ziemlich schwierig und teuer. Wenn man keinen gesonderten (berührungslos arbeitenden!) Geschwindigkeitssensor verwenden möchte, bleibt nur die mathematische Ableitung der Geschwindigkeit aus dem Positionssignal. Hierfür benötigt man einen analogen Differenzierer. Dieser ermittelt die Änderung einer Position über der Zeit. Leider sind Differenzierschaltungen (aktiver Hochpass) ziemlich problematische Baugruppen, die niemand gern verwendet. Sie haben nämlich die Eigenschaft, die hohen Frequenzanteile in ihrem Eingangssignal stärker zu betonen als niederfrequente. Wenn man dabei die Bandbreite nicht gezielt begrenzt, wird das Geschwindigkeitssignal stark von Hintergrundrauschen, aufgenommenen Störsignalen und Instabilitäten überlagert, was die Regelung sehr erschwert.

Um in dieser Situation wenigstens den zusätzlichen Aufwand zu vermeiden, der mit einer unterlagerten Geschwindigkeitsregelung verbunden wäre, vereinigt man die beiden Regelungsaufgaben in einem besonderen Regler Typ, dem so genannten PD-Regler.

**Bild\_15** zeigt einen solchen Regler und seinen Frequenzgang. Im Eingang dieses Reglers befindet sich parallel zum ohmschen Eingangsvorwiderstand ( $R_{12}$ ) die Reihenschaltung eines relativ großen Kondensators ( $C_6$ ) mit einem im Vergleich zu  $R_{12}$  ziemlich niederohmigen Widerstand ( $R_{14}$ ). Die Proportionalverstärkung des Reglers wird nach wie vor durch das Verhältnis  $R_{15}/R_{14}$  festgelegt. Daneben – d.h. Additiv überlagert – verstärkt dieser Regler aber auch die **Änderung** von Istwerten, und zwar mithilfe des Kondensators  $C_6$ . maßgebend für diese differentielle Verstärkung ist das Verhältnis  $R_{15}/C_6$ . Der Widerstand  $R_{14}$  begrenzt diese differentielle Verstärkung bei höheren Frequenzen auf den Faktor 10 ( $R_{15}/R_{14}$ ) und begegnet so dem bereits erwähnten Rauschproblem bei hohen Frequenzen.



Eigenschaften des Reglers:  
 $K_p = 1$ ,  $T_v = 10\text{ms}$   
 $f_2 = 1 / (2 \times \pi \times T_v) = 16\text{ Hz}$   
 $f_3 = 1 / (2 \times \pi \times R_{14} \times C_6) = 150\text{ Hz}$   
 $K_p \text{ (Proportionalverstärkung)} = R_{15} / R_{12}$   
 $T_v \text{ (Vorhaltezeit)} = R_{12} \times C_6$



Bild\_15: Ausführung eines elektrischen PD-Reglers und sein Frequenzgang

Im Bodediagramm kann man die Eigenschaften dieses Reglers sehr schön erkennen. Man sieht dort eine frequenz~~un~~abhängige Verstärkung bis etwa 15 Hz. Genau dies ist die Grenzfrequenz des RC-Gliedes R12/C6.

Oberhalb dieses Grenzwertes steigt die Verstärkung mit der Frequenz. Dies ist der Bereich der differentiellen Regelung, des D-Anteils. Schnelle Änderungen im Istwert werden stärker geregelt als langsame. Noch deutlicher erkennt man die Wirkung bei der Phasenlage. Bei etwa 50Hz haben wir nämlich ein deutliches Maximum an voreilender Phase. Das bedeutet, dass der Regler voreilend in die Regelung eingreift – genau das was wir benötigen!

Bei noch höheren Frequenzen bleibt die Verstärkung wieder konstant und die Phase fällt auf 0° zurück. In diesem Bereich darf die Regelstrecke keine nennenswerte Reaktion mehr haben.

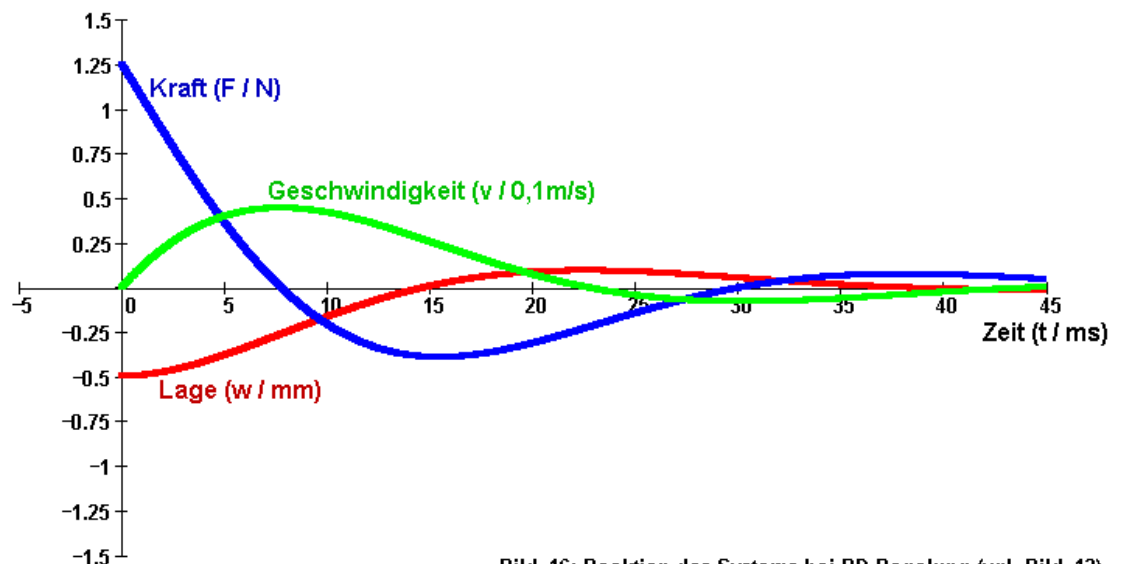
Der Regler hat also zusätzlich zu seiner proportionalen Verstärkung eine **differentielle Verstärkung**, d.h. er enthält selbst differenzierende Verstärkungsanteile und erübrigt dadurch eine gesonderte Differenzierschaltung, wie wir sie im ersten Lösungsansatz benötigt hätten. Salopp gesprochen, erzeugt er aus dem zugeführten Lage-Istwert durch Differenzierung nach der Zeit einen Geschwindigkeits-Istwert und regelt (über den Stromsollwert als Stellgröße) **Lage und Geschwindigkeit** der Kugel **gleichzeitig**.

Regelungstechniker würden sagen, der D-Anteil kompensiert in der Regelstrecke genau eine Verzögerung 1. Ordnung – dadurch wird die Anordnung stabil.

**Bild\_16** zeigt die Reaktion auf eine Störung des Systems als Funktion der Zeit. Bitte beachten Sie, dass der einzige Unterschied zu Bild\_13 darin besteht, dass in der Formel für die rückstellende Kraft (Zeile 2 des Vektors auf der rechten Seite) eine zusätzliche geschwindigkeitsabhängige Komponente hinzugekommen ist (+ 15 • v).

Entwicklung der Werte mit Dämpfung durch eine zusätzliche Geschwindigkeitskomponente:

$$\begin{bmatrix} w_k \\ F_k \\ v_k \\ t_k \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} w_{k-1} + v_{k-1} \cdot \delta t \\ - \left[ 2.5 \cdot w_{k-1} \cdot \frac{N}{\text{mm}} + 15 \cdot v_{k-1} \cdot \left( \frac{N}{\frac{m}{s}} \right) \right] \\ v_{k-1} + \frac{F_{k-1}}{M} \cdot \delta t \\ t_{k-1} + \delta t \end{bmatrix}$$



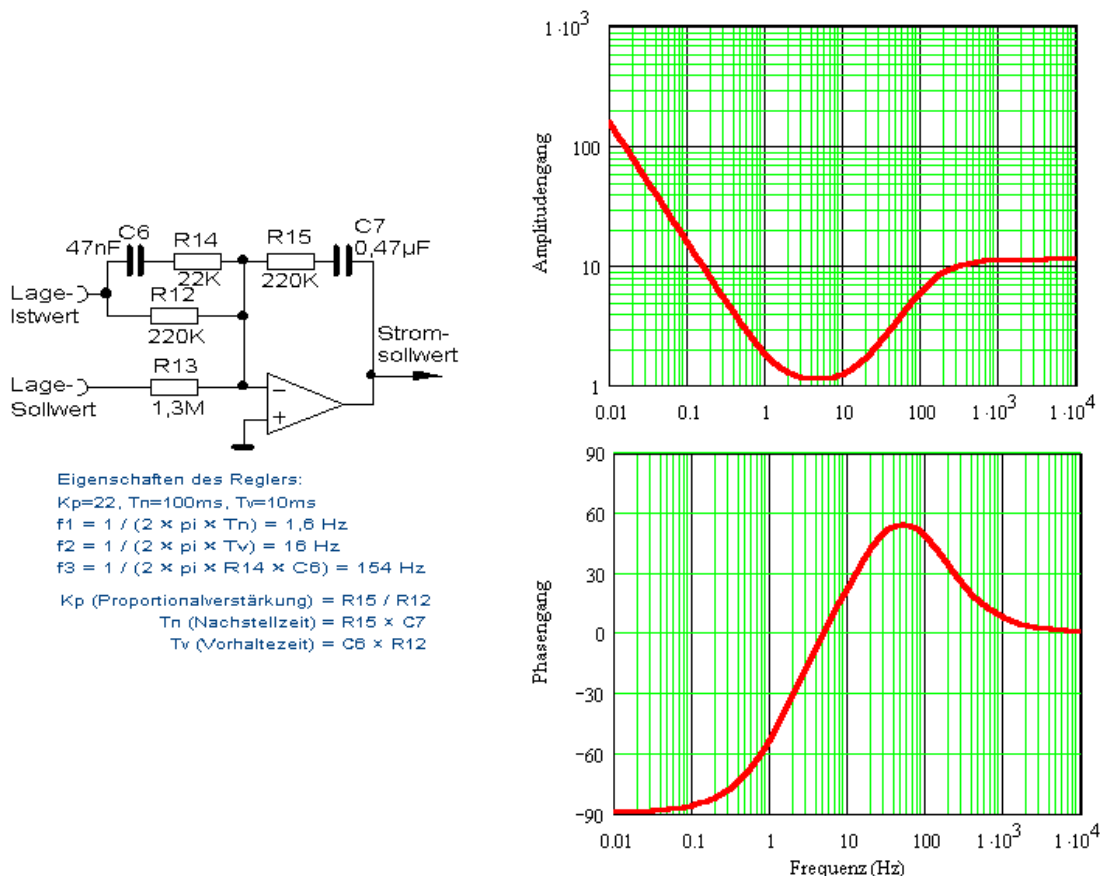
Bild\_16: Reaktion des Systems bei PD-Regelung (vgl. Bild\_13)

### 6.3 PID- Regler

Bei geeigneter Dimensionierung kann man einen PD-Regler sogar noch um eine integrale Verstärkungskomponente erweitern ohne erneut Instabilität befürchten zu müssen. Hiermit wird der Regler zu einem so genannten **PID- Regler**, der einerseits mit seinem D-Anteil die Annäherungs**geschwindigkeit** an die Sollposition kontrolliert, andererseits mit seinem I-Anteil aber auch dafür sorgt, dass keine

statischen **Restabweichungen** verbleiben. Man kann also leichte oder schwere Kugeln gleichermaßen einhängen und diese werden jeweils **exakt in der gleichen Höhe** schweben. **Bild\_17** zeigt Schaltung und Frequenzgang eines solchen Reglers.

Früher habe ich gedacht, dass sich die integrierenden und differenzierenden Anteile eines solchen Reglers doch eigentlich gegenseitig aufheben müssten. Das ist nicht so, denn bei richtiger Dimensionierung machen sich die beiden Komponenten in unterschiedlichen Frequenzbereichen bemerkbar. Der integrale Anteil entwickelt sich z.B. nur unterhalb einer bestimmten Grenzfrequenz, deren Kehrwert man auch als Nachstellzeit bezeichnet ( $T_N = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f_u)$ ). Die Nachstellzeit ist nichts weiter als die Zeitkonstante des RC-Gliedes  $R_{15}/C_7$ . In unserem Beispiel sind das etwa 0,1s. Hieraus ergibt sich eine Grenzfrequenz von 1,5 Hz; der Übergang ist im Diagramm gut zu erkennen.



**Bild\_17:** Ausführung eines elektrischen PID-Reglers und sein Frequenzgang

Oberhalb dieser ersten Grenzfrequenz ( $f_1$ ) arbeitet der Regler proportional – in unserem Fall sehr nahe bei 1. Diese Verstärkung wird vom Verhältnis der Widerstände  $R_{15} / R_{12}$  bestimmt.

Mit weiter steigender Frequenz kommen wir an den Übergang zur

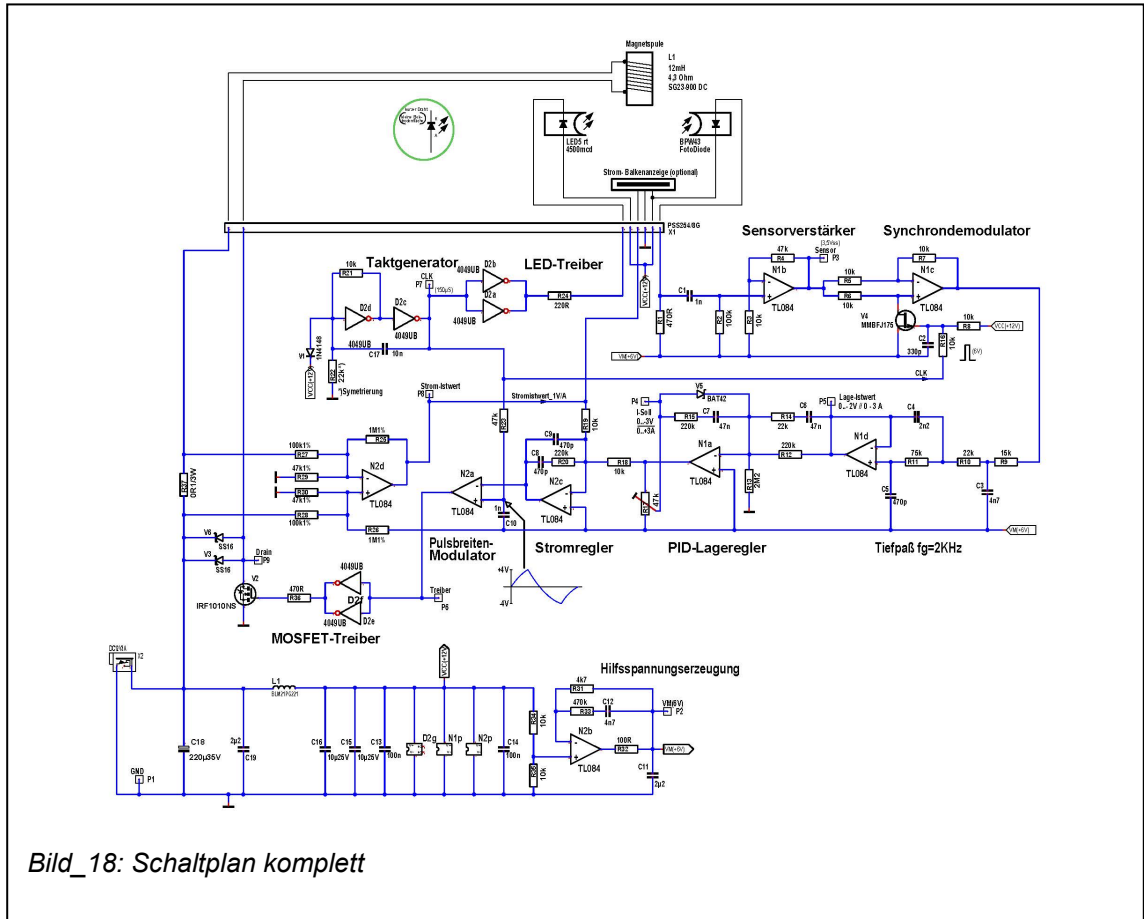
differenziellen Verstärkung. In unserem Beispiel liegt dieser Übergang bei etwa 15 Hertz, also genau 10x höher als die Grenzfrequenz des integralen Verhaltens. Die zugehörige Zeitkonstante wird durch die Parallelschaltung von C6 und R12 bestimmt und nennt sich auch Vorhaltezeit ( $T_V = 1 / (2 \cdot \pi \cdot f_2)$ ). Die Zeitkonstante beträgt etwa 10ms, woraus sich die erwähnte Grenzfrequenz von 15 Hz ergibt.

Bei nochmals gesteigerter Frequenz kommen wir schließlich zu einem letzten Übergang, nämlich dort, wo das differenzierende Verhalten zwecks Störbegrenzung wieder in eine proportionale Verstärkung übergehen muss. Diese Grenzfrequenz wird durch die Zeitkonstante des RC-Gliedes C6 / R14 festgelegt ( $f_3 = 1 / (2 \cdot \pi \cdot R14 \cdot C6)$ ), die zugehörige Verstärkung durch das Verhältnis von R15 zur Parallelschaltung der Widerstände R12 und R14. Die Formel lautet:  $V_2 = R15 / ((R14 \cdot R12) / (R14 + R12))$ . Auch die dritte Grenzfrequenz von etwa 150 Hz und der Übergang in die höherfrequente Proportionalverstärkung sind im Diagramm gut erkennbar.

Damit sind wir am Ende unseres rasanten Durchgangs durch die Regelungstechnik angekommen. Sie haben gesehen, dass hinter einer sehr einfach anmutenden Aufgabenstellung doch recht komplizierte Zusammenhänge stecken können, die man kennen muss, bevor die Aufgabe gelingen kann.

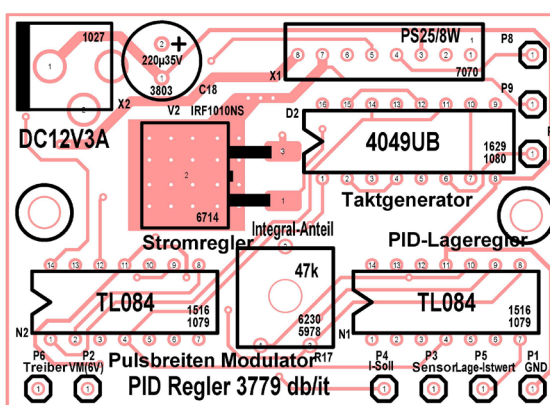
Um diese Überlegungen in der Praxis auch zu beweisen habe ich die gesamte Schaltung **Bild\_18** mit Hilfe des CAD- Programms „Target“ gezeichnet und auf einer Platine entflechtet. Falls Interesse besteht, kann ich auch gerne die Originaldaten \*. T3001 zur Verfügung stellen.



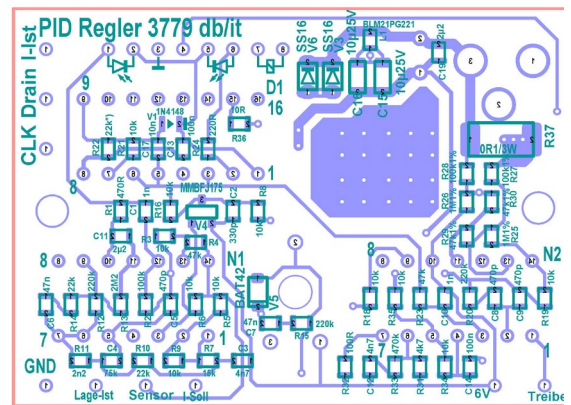


Die Platine im Format 57x40mm ist SMD bestückt. Alle bedrahtete Bauteile sind selbst zu bestücken und LED sowie Magnetpule zu verdrahten. Das dafür erforderliche Werkzeug ist selbst beizustellen. Auch Lötzinn, Flussmittel, Lötstation, Schraubstock.

Bild\_19 zeigt die Bauteilseite. Bild\_20 die Lötseite mit den SMD Teilen.



**Bild\_19: Bestückungsseite**



**Bild\_20: Lötseite (SMD Bauteile fertig bestückt)**

Die diskreten Bauteile sind übersichtlich bestückbar. Wegen dem günstigen Wirkungsgrad der Endstufe (siehe 3.4 /Bild\_6) ist keine zusätzliche Kühlungsmaßnahme erforderlich.

Im Rahmen der Überbetrieblichen Lehrlingsausbildung durch die Handwerkskammer Rheinhessen wird das Projekt von den Auszubildenden im zweiten Lehrjahr bestückt und verdrahtet. Daran anschließend werden Messungen mit den Oszilloskopen an den Messpunkten der Schaltung durchgeführt. Das bringt wichtige praktische Erfahrung beim Deuten der dargestellten Kurvenformen und Zeitverhältnissen.

Fragen unter [d.bork@imb-mainz.de](mailto:d.bork@imb-mainz.de) jederzeit

Dieter Bork,

aktualisiert am 28.11.2021